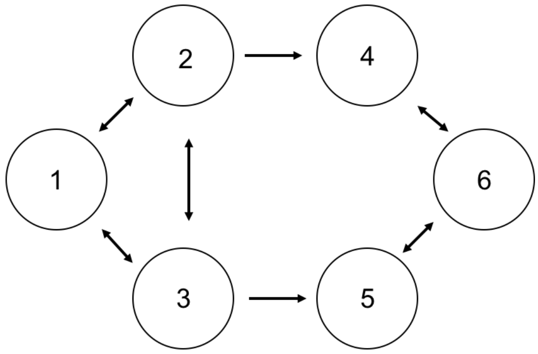
第 1 問

グラフ問題。各数字が書かれた地点から隣り合う地点へボールが移動する。移動出来るのは矢印の方向のみ。複数移動出来る場面では、その選択肢の中から等確率でランダムに選び出すことにする。



(1) 移動確率行列 P を求めよ。移動確率行列は以下のように定義されるものである。次の一回の移動で数字地点 i から数字地点 j へと移る可能性を成分 (i, j) として表すもの。

(2) 行列 P の N 乗 $P^{(N)} \equiv I \cdot P \cdot P \cdot P \cdots$ とする。$P^{(N)}$ の成分 $P^{(N)}(i, j)$ の値は、地点 i から j へと N 回後に移っている確率を表すことになる。つまり、$P^{(N)}(i, j) > 0$ となるような N が存在するならば $i \to j$ へと移り得る。$P^{(N)}(i, j) > 0, P^{(N)}(j, i) > 0$ を満たす N がそれぞれについて存在する時、i と j は行き来出来ることになる。行き来可能な地点同士を同値であるとする。地点 1〜6 を同値類に分類せよ。

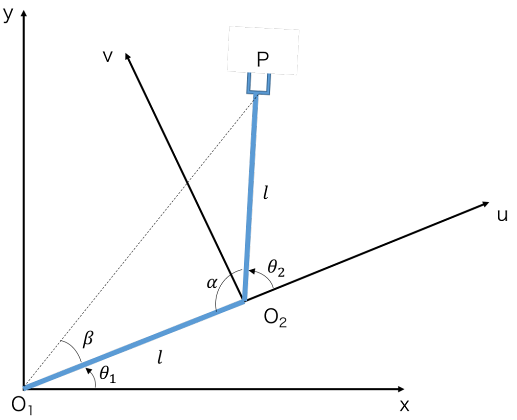
(3) $P^{(n)}(i, j) > 0, n > 0$ となる全ての n の最大公約数を各地点 i ごとに求めよ。
(... ちょっとよくわかりませんでした)

(4) 状態 $\phi = \{\phi(1), \phi(2), \phi(3), \phi(4), \phi(5), \phi(6)\}$。$\phi(i)$ は地点 i にボールがいる確率である。これは、移動の度に刻々変化していくが、移動前後で変化しない状態があった場合、それ以降変化しない定常状態となる。今の問題設定において、定常状態 ϕ を求めよ。また、$P^{(N)}$ は $\lim_{N\to\infty}$ で収束するか？

(5) 地点 1,2,3 から地点 4 もしくは 5 に移るまでの回数の期待値を (地点 1〜3 についてそれぞれ) 求めよ。

(6) グラフの設定を変更する。一方通行矢印を、両方通行矢印に変える。この場合における定常状態を求めよ。また、この時 $P^{(N)}$ は $\lim_{N\to\infty}$ で収束するか？

第２問



ロボットアームの問題。2 本のアーム (長さ l) を持つロボットについて、先端を P とする。図のように座標系 $O_1:(x,y)$ と $O_2:(u,v)$ を取る。角度 $\theta_1,\theta_2,\alpha,\beta$ を図のように取る。点 P の位置をそれぞれの座標系での座標 (x_p,y_p) および (u_p,v_p) のように表記する。

(1) (x_p,y_p) と (u_p,v_p) を l,θ_1,θ_2 で表わせ。

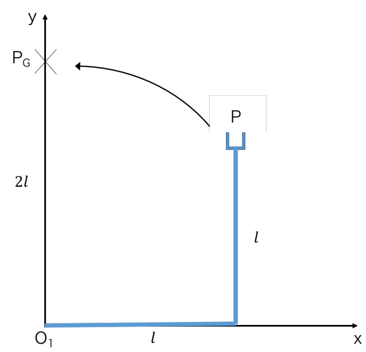
(2) $\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{pmatrix}$ となる変換行列 M を求めよ

(3) $\cos\alpha$ と $\cos\beta$ を x_p,y_p,l で表わせ。

(4) $(x_p,y_p)=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2})$ の時の θ_1 と θ_2 を求めよ。

(5) ヤコビ行列 $J(\theta_1,\theta_2)=\begin{pmatrix} \frac{\partial x_p}{\partial\theta_1} & \frac{\partial x_p}{\partial\theta_2} \\ \frac{\partial y_p}{\partial\theta_1} & \frac{\partial y_p}{\partial\theta_2} \end{pmatrix}$ を計算せよ。

(6) $\Delta\vec{p}=\begin{pmatrix} \Delta x_p \\ \Delta y_p \end{pmatrix}$ とする。$\Delta\vec{p}$ を $\Delta\vec{\theta}=\begin{pmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \end{pmatrix}$ で表わせ。



(7) アームの角度 θ_1,θ_2 を調節し、先端 P を目的の位置 $\vec{P_G}$ へと動かすことを考える。$\Delta\vec{p}\equiv\vec{P_G}-\vec{P}$ とし、微小量 λ とした時、アームを $\lambda\Delta\vec{p}$ ずつ動かして行くことで $\vec{P_G}$ に到達する。上図のように始状態 $\vec{P}$ から終状態 $\vec{P_G}$ まで動かす場合について、$\lambda\Delta\vec{p}$ に対応するような $\Delta\vec{\theta}$ を求めよ。

(8) 上の方法で先端 P が到達できない場所の例をあげよ。それに対する解決策を提案せよ。

第3問

以下の 8 項目から 4 項目を選択し、各項目を 4〜8 行程度で説明せよ。

(1) アウトオブオーダー処理
(2) プロセッサにおけるキャッシュミスの種類と解決法
(3)
(4)
(5) ブロックチェーン
(6)
(7)
(8) 勾配降下法

(すみません、自分の答えたやつしか覚えてません)